

*Liên hệ: thanhlam1910\_2006@yahoo.com hoặc frbwrites@gmail.com*

**[www.mientayvn.com](http://www.mientayvn.com)**

*Dịch vụ dịch thuật tiếng Anh chuyên ngành khoa học kỹ thuật*

# CHƯƠNG 2: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

## §1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

**1. Hệ phương trình đầy đủ:** Ta xét hệ phương trình  $Ax = B$ . Để tìm nghiệm của hệ ta dùng lệnh MATLAB:

$$x = \text{inv}(A) * B$$

hay:

$$x = A \setminus B$$

**2. Hệ phương trình có ít phương trình hơn số ẩn (underdetermined):** Khi giải hệ trên ta đã dùng nghịch đảo ma trận. Như vậy ta chỉ nhận được kết quả khi ma trận  $A$  vuông (số phương trình bằng số ẩn số và định thức của  $A$  phải khác không). Hệ có số phương trình ít hơn số ẩn hay định thức của ma trận  $A$  của hệ đầy đủ bằng 0 gọi là hệ underdetermined. Một hệ như vậy có thể có vô số nghiệm với một hay nhiều biến phụ thuộc vào các biến còn lại. Với một hệ như vậy phương pháp Cramer hay phương pháp ma trận nghịch đảo không dùng được. Khi số phương trình nhiều hơn số ẩn phương pháp chia trái cũng cho nghiệm với một vài ẩn số được cho bằng 0. Một ví dụ đơn giản là phương trình  $x + 3y = 6$ . Phương trình này có rất nhiều nghiệm trong đó có một nghiệm là  $x = 6$  và  $y = 0$ :

$$a = [1 \ 3];$$

$$b = 6;$$

$$x = a \setminus b$$

$$x =$$

$$6$$

$$0$$

Số nghiệm vô hạn có thể tồn tại ngay cả khi số phương trình bằng số ẩn. Điều này xảy ra khi  $\det(A) = 0$ . Với hệ này ta không dùng được phương pháp Cramer và phương pháp ma trận nghịch đảo và phương pháp chia trái cho thông báo là ma trận  $A$  suy biến. Trong trường hợp như vậy ta có thể dùng phương pháp giả nghịch đảo để tìm được một nghiệm gọi là nghiệm chuẩn minimum.

**Ví dụ:** Cho hệ phương trình

$$x + 2y + z = 8$$

$$0x + y + 0z = 2$$

$$x + y + z = 6$$

Khi dùng phép chia trái ta nhận được:

$$y = a \setminus b$$

*Warning: Matrix is singular to working precision.*

$$y =$$

*Inf*

*Inf*

*Inf*

Nếu ta dùng phương pháp giả nghịch đảo thì có:

$$a = [1 \ 2 \ 1; 0 \ 1 \ 0; 1 \ 1 \ 1]$$

$$b = [8; 2; 6]$$

$$x = \text{pinv}(a) * b$$

$$x =$$

2.0000000000000000

2.0000000000000000

2.0000000000000000

Một hệ cũng có thể có vô số nghiệm khi có đủ số phương trình. Ví dụ ta có hệ:

$$2x - 4y + 5z = -4$$

$$-4x - 2y + 3z = 4$$

$$2x + 6y - 8z = 0$$

Trong hệ này phương trình thứ 3 là tổng của hai phương trình trên nên hệ thật sự chỉ có 2 phương trình.

Tóm lại một hệ muốn có nghiệm duy nhất phải có các phương trình độc lập. Việc xác định các phương trình trong hệ có độc lập hay không khá khó, nhất là đối với hệ có nhiều phương trình. Ta đưa ra một phương pháp cho phép xác định hệ phương trình có nghiệm và liệu nghiệm đó có duy nhất hay không. Phương pháp này đòi hỏi sự hiểu biết về hạng của ma trận.

Ta xem xét định thức của ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 6 & 10 & 2 \\ 9 & -7 & 3 \end{bmatrix}$$

Nếu ta loại trừ một hàng và một cột của ma trận chúng ta còn lại ma trận  $2 \times 2$ . Tùy theo hàng và cột bị loại ta có 9 ma trận con. Định thức của các ma trận này gọi là định thức con. Ví dụ nếu ta bỏ hàng 1 và cột 1 ta có:

$$\begin{vmatrix} 10 & 2 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} = 44$$























